LISTA DE MATEMÁTICA – 3º MAT – Prof. Wilkler

01. Determine o valor de a, de modo que o polinômio $P(x) = (a^2 – 9) x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 2$ tenha grau 3.

02. Calcula a, b e c para que o polinômio $P(x) = (a – 8) x^3 + (5b – 15) x^2 + c x$, seja identicamente nulo.

03. Calcule o valor numérico do polinômio $P(x) = x^3 – 4x^2 + x – 5$ para P(2).

04. **(F.I.Anápolis-GO)** Seja o polinômio $P(x) = x^3 + ax^2 – ax + a$. O valor de $P(1) – P(0)$ é:

a) 1 b) a c) 2a d) 2 e) 1 – 2a

05. Determine o quociente e o resto da divisão $P(x) = 4x^3 + x^4 + 9 + 4x^2$ por $(x^2 + x - 1)$.

06. **(UEPI)** Dividindo-se o polinômio $f(x) = x^4 + x^2 – x + 1$ por $g(x) = x^2 – 1$ obtêm-se quociente q(x) e o resto r(x). O polinômio q(x).r(x) é igual a:

a) –x3 + 3x2 – 2x + 6

b) x3 – 3x2 + 3x – 5

c) x3 + 4x2 – x + 1

d) –x3 + x2 + x – 6

e) –x3 – 3x2 + 2x – 6

07. Na divisão de um polinômio A(x) por $B(x) = x^2 – 2x + 1$, encontramos como quociente o polinômio Q(x) = x - 2 e como resto R(x) = x + 1. Determine A(x).

08. Determinar o quociente e o resto da divisão do polinômio P(x) = 4x3 + 8 – 3x2 por x + 1.

09. (UFSE) Dividindo-se o polinômio A(x) = x3 – 2x2 – x + 2 pelo polinômio B(x) obtêm-se o quociente Q(x) = x – 3 e o resto R(x) = 3x – 1. É verdade que:

a) B(2) = 2 b) B(1) = 0

c) B(0) = 2 d) B(–1) = 1 e) B(–2) = 1

10. **(F.M.Triângulo Mineiro-MG)** O quociente Q(x) e o resto R(x) da divisão do polinômio $P(x) = x^3 + 2x^2 – x + 3$ pelo polinômio D(x) = x + 2, respectivamente, são:

a) Q(x) = x2 + 1 ; R(x) = 6 b) Q(x) = x2 – x ; R(x) = 1

c) Q(x) = x + 2 ; R(x) = 3 d) Q(x) = x2 – 1 ; R(x) = 5

e) Q(x) = x3 + 1 ; R(x) = –6

11. Obter o valor de m, de modo que a divisão do polinômio $P(x) = 4x^3 – x^2 + mx + 3$ pelo binômio x + 2 tenha resto igual a 7.

12. **(F.M.Itajubá-MG)** O polinômio $2x^3 + mx^2 + 4x – 1$ é divisível (resto igual a zero) por x – 1, então o quociente é:

a) 2x2+ 3x – 1 b) –2x2 – x + 3 c) –2x2 – 3x – 1

d) 2x2 – 3x + 1 e) 2x2 + x + 3

13. **(Mackenzie-SP)** Dividindo-se $P(x) = x^2 + bx + c$ por x – 1 e por x + 2, obtém-se o mesmo resto 3. Então, a soma das raízes de P(x) é:

a) –3 b) –2 c) –1 d) 1 e) 3

14. **(Vunesp)** O resto da divisão de $P(x) = x^4 + kx^2 + kx – 7$ por (x – 2) é 21. O valor de k é:

a) –1 b) 2 c) 4

d) 6 e) 7

15. **(U.Potiguar-RN)** O polinômio $P(x) = x^3 + 3x^2 – kx – 8$, onde $k \in \Re$, é divisível pelo polinômio x – 2. Logo, o valor de k^2 é:

a) 36 b) 1 c) 100

d) 49 e) 53

16. **(PUC-PR)** Se $(x–1)^2$ é divisor do polinômio $2x^4+ x^3 + ax^2 + bx + 2$, então a soma de a + b é igual a:

a) –4 b) –5 c) –6

d) –7 e) –8

17. **(UFMS-08)** O resto da divisão $P(x) = 3x^3 – (5 + 3a)x^2 + (2 + 5a)x + 3a$ pelo polinômio q(x) = x – a é igual ao nº 35. Então qual é o valor numérico do produto p(2) . q(20)?

18. **(UFMS-09)** Se o polinômio $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx – 1$ é divisível pelo polinômio $Q(x) = x^2 + 1$, então assinale a(s) afirmação(ões) verdadeira(s):

(001) O polinômio P(x) tem 3 raízes reais distintas.

(002) A soma das raízes complexas de P(x) é 0.

(004) O valor de (a + b) é 1.

(008) O valor de P(1) é 0.

(016) O polinômio P(x) é divisível pelo polinômio R(x) = 2x – 1.

19. Determine as raízes das equações polinomiais abaixo:

a) x4 + x2 = 0

b) x3 – 2x + 1 = 0

c) x3 – 2x2 – x + 2 = 0

d) x3 + x2 + x + 1 = 0

e) x3 – x2 + x + 3 = 0

f) x4 – 7x2 + 12 = 0

g) x4 – 6x2 + 7x – 6 = 0

h) x5 + 6x4 + 10x3 – 2x2 – 15x = 0

20. **(UFRS)** O polinômio $p(x) = ax^4 + 3x^3 – 4x^2 + dx – 2$, com $a \neq 0$, admite 1 e –1 como raízes. Então:

a) a = 6 e d = –3. b) a = 3 e d = –3.

c) a = –3 e d = 3. d) a = 9 e d = –3.

e) a = –3 e d = 6.

21. **(U.E.Ponta Grossa-PR)** Sobre o polinômio $P(x) = x^3 + x^2 – 2$, assinale o que for correto.

01. Sua única raiz real é 1.

02. P(i) = – i – 1.

04. P(P(0)) = 3.P(–1).

08. O conjunto solução da inequação $P(x) < x(x^2 + 1)$ é $\{x \in \Re \ / –1 < x < 2\}$

16. O resto da divisão de P(x) por Q(x) = x + 3 é –20.

22. **(Fatec-SP)** Sabe-se que –1 é raiz dupla do polinômio $P(x) = 2x^4 + x^3 – 3x^2 – x + 1$. As outras raízes são números:

a) imaginários puros. b) reais negativos. c) irracionais.

d) racionais. e) pares

23. **(UFF-RJ)** Três raízes de um polinômio p(x) do 4º grau estão escritas sob a forma i^{576}, i^{42} e i^{297}. O polinômio p(x) pode ser representado por:

a) $x^4+ 1$ b) $x^4 – 1$ c) $x^4 + x^2 + 1$

d) $x^4 – x^2 + 1$ e) $x^4 – x^2 – 1$

24. **(Fatec-SP)** Uma das raízes da equação $2x^3 – x^2 – 2x + 1 = 0$ é 1. Com relação às outras raízes devemos afirmar que:

a) ambas são irracionais.

b) ambas são racionais.

c) ambas são positivas.

d) uma é racional, e a outra, irracional.

e) ambas são imaginários puros.

25. **(Fuvest-SP)** O polinômio $x^4 + x^2 - 2x + 6$ admite $1 + i$ como raiz, onde $i^2 = -1$. O número de raízes reais deste polinômio é:

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

26. **(Fatec-SP)** Sabe-se que o polinômio
$P(x) = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$ é divisível pelo polinômio $Q(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

Sobre as raízes de P(x), é verdade que:

a) duas delas são imaginárias puras e três delas são reais.
b) as cinco são reais e de multiplicidade 1.
c) três são iguais a – 1 e as duas outras são reais e distintas.
d) as cinco são reais e iguais.
e) 1 é raiz de multiplicidade 2 e –1 é raiz de multiplicidade 3.

27. A equação algébrica $x^6 - x^5 - 6x^4 = 0$, quando reescrita como produto, toma a forma:

a) x4.(x + 2).(x – 3)
b) x4.(x – 2).(x – 3)
c) x4.(x + 1).(x – 6)
d) x4.(x – 2).(x + 3)
e) x4.(x – 1).(x + 6)

28. **(UNICAMP-SP)** As raízes da equação
$x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1 = 0$, são:

a) $-1, \dfrac{\pm 1 \pm \sqrt{3}}{2}$

b) $-1, \dfrac{\pm 1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

c) $1, \dfrac{\pm 1 \pm \sqrt{2}}{2}$

d) $1, \dfrac{\pm 1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

e) $1, \dfrac{\pm 1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

29. **(VUNESP-SP)** Assinale a alternativa que indica o polinômio que possui os números 0 e 1 como raízes, sendo 0 uma raiz de multiplicidade 3:

a) $p(x) = x.(x^3 - 1)$ d) $p(x) = (x^3 - x).(x - 1)$
b) $p(x) = x.(x - 1)^3$ e) $p(x) = x.(x^3 + x^2 - 2)$
c) $p(x) = x^3.(x - 1)$

30. **(FGV-SP)**A soma e o produto das raízes da equação $x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x - 6 = 0$ formam qual seguinte par de valores:

a) -5; 6 b) 5; -6 c) 3; 4
d) 1; 6 e) 4; 3

31. Se α, β e γ são raízes da equação $7x^3 + 5x^2 - 2x + 3 = 0$ então o valor de α.β + α.γ + β.γ é:

a) 7 b) $\dfrac{5}{2}$
c) $\dfrac{3}{5}$ d) $-\dfrac{2}{7}$
e) $\dfrac{2}{3}$

32. Se 2, 3 e 4 são raízes da equação $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ então, a soma de b + c + d vale:

a) 59 b) 41 c) – 59
d) 11 e) – 7

33. As raízes da equação $x^2 - 6x + 3 = 0$ são α e β. Logo, o valor de $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta}$ é:

a) -2 b) 2 c) $\dfrac{1}{2}$
d) $-\dfrac{1}{2}$ e) 1

34. **(UFSCar-SP)** Sabendo-se que a soma de duas das raízes da equação $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ é igual a 5, pode-se afirmar a respeito das raízes que:

a) são todas iguais e não nulas.
b) somente uma raiz é nula.
c) as raízes constituem uma progressão geométrica.
d) as raízes constituem uma progressão aritmética.
e) nenhuma raiz é real.

35. **(UEL-PR)** A equação $x^3 - 10x^2 + ax + b = 0$ tem uma raiz igual a 3 + 2i. Nela, a e b são números reais. Sobre essa equação, é correto afirmar:

a) -3 + 2i também é raiz da equação.
b) A equação não possui raízes reais.
c) A equação possui uma raiz irracional.
d) O valor de a é – 37.
e) O valor de b é – 52.

36. **(PUC-MG)** No polinômio $P(x) = x^3 - x^2 + 4x - 4$, uma das raízes é 2i. Então, a raiz real de P(x) é:

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

37. Sabe-se que as raízes da equação $2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0$, são diretamente proporcionais aos números 3, 2 e – 4. Nessas condições, a menor das raízes é:

a) – 3
b) – 2
c) – 3 / 2
d) – 1
e) – 1 / 2

38. O inverso da soma das raízes da equação $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$ é:

a) – 5
b) 1 / 5
c) 5
d) – 1 / 5
e) – 1

39. A soma dos inversos das raízes da equação $2x^3 - 5x^2 + 4x + 6 = 0$ é:

a) 3 / 2
b) 2 / 3
c) 1 / 3
d) – 2 / 3
e) – 3 / 2

POLINÔMIOS: TEOREMAS

Teorema das divisões sucessivas

►Se P(x) é divisível por (x – a) e por (x – b), então P(x) é divisível por (x – a) . (x – b)

Teorema do Resto

►O resto da divisão de um polinômio P(x) por outro da forma ax + b é determinado como:

R(x) = $P\left(-\dfrac{b}{a}\right)$

Teorema de D'Alembert

►Um polinômio P(x) só é divisível por ax + b, se $P\left(-\dfrac{b}{a}\right)=0$

Teorema Fundamental da Álgebra

►"Toda equação algébrica admite pelo menos uma raiz real ou imaginária"

Teorema da Decomposição

► Para decompor
$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0 \leftrightarrow a_n.(x - x_1).(x - x_2).(x - x_3)\ldots(x - x_n) = 0$ onde, x_1 , x_2 , x_3 ... x_n são raízes da equação.

Ex: A equação algébrica $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$ pode ser escrita na forma fatorada:
(x – 1).(x – 2).(x + 4) = 0

Raízes Múltiplas

►Sendo P(x) $= (x-1)^3 . (x+7)^2 . (x-8) = 0$
A raiz x = 1 é de multiplicidade 3;
a raiz x = -7 é de multiplicidade 2 e;
a raiz x = 8 é de multiplicidade 1.

Teorema das Raízes Racionais

►Na equação algébrica: $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ as suas possíveis raízes α são: $\alpha=\dfrac{D(a_0)}{D(a_n)}$

Ex: Determine as raízes da equação $2x^4 - 5x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = 0$.
D(3) = {± 1 , ± 3}
D(2) = {± 1 , ± 2}
Números para verificação:

$$\alpha=\frac{D(3)}{D(2)}=\left\{\pm 1;\ \ \pm\frac{1}{2};\ \ \pm 3;\ \ \pm\frac{3}{2}\right\}$$

Por tentativas, verificamos que suas raízes reais são: 3 e $\dfrac{1}{2}$.

Obs: Teorema válido apenas para equações com coeficientes inteiros.

Teorema das Raízes Irracionais

►Se uma equação algébrica de coeficientes inteiros admite como raiz o nº irracional $\sqrt{a}+\sqrt{b}$, então admitirá também $\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

Ex: Se $2+\sqrt{3}$ é raiz de uma equação polinomial, então $2-\sqrt{3}$ também é raiz desta equação.

Teorema das Raízes Imaginárias

►Se um nº complexo $Z = a + bi$ é raiz de uma equação polinomial, então o seu conjugado $\overline{Z} = a - bi$ também é raiz dessa equação.

Ex: Se $3-i$ é raiz de uma equação polinomial, então $3+i$ também é raiz desta equação.

RELAÇÃO DE GIRARD

$$ax^2+bx+c=0 \rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$$

$$ax^3+bx^2+cx+d=0 \rightarrow \begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{c}{a} \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3=-\dfrac{d}{a} \end{cases}$$